

Расчет жесткости костной ткани при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба

Белорусский государственный университет

Белорусский государственный медицинский университет

Проведены математические расчеты для определения жесткости периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба

Ключевые слова: зуб, костная ткань, жесткость, перемещение, момент силы

Введение. В практике ортопедической стоматологии зачастую возникают проблемы, связанные с прогнозированием перемещений и поворотов зубов при необходимости устранения различных дефектов и аномалий. В связи с этим представляется актуальным разработка соответствующей модели корня зуба в нормальной и ослабленной костной ткани. Поскольку в системе корень зуба – периодонт – костная ткань, периодонт не может обеспечить необходимые перемещения и повороты для устранения аномалии зубного ряда, при построении модели целесообразно отдельно учитывать упругость периодонта и упругие характеристики костной ткани. Результаты исследования жесткостей периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба с использованием выражений для малых перемещений твердого тела [1] представлены в фундаментальной монографии [2]. Настоящая работа продолжает это актуальное направление и посвящена определению жесткостей костной ткани при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба.

Цель исследования - определить жесткость костной ткани при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба.

Материалы и методы

Будем считать корень зуба абсолютно твердым телом, геометрическая форма которого описывается уравнением эллиптического двуполостного гиперболоида:

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_3 - \frac{H_0}{\sqrt{1+p^2-p}} \left(\sqrt{\frac{x_1^2}{a_k^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + p^2} - p \right) = 0 \quad (1)$$

где H_0 - высота корня зуба; p - параметр, характеризующий закругление вершины корня зуба; $a_k = a_1$ при $x \geq 0$ и $a_k = a_2$ при $x < 0$, a_1, a_2, b - полуоси эллипса в сечении корня зуба плоскостью $Z = H_0$. Геометрические размеры корня зуба обозначены на рис. 1.

Упругие перемещения u_1, u_2 и u_3 в костной ткани, примыкающей к корню зуба, представим в виде, позволяющем учесть их неограниченное уменьшение при удалении от корня зуба:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{H_0 \left(u_1^{(0)} + \Phi_2 \left(x_3 - x_3^{(A)} \right) - \Phi_3 x_2 \right)}{H_0 - F(x_1, x_2, x_3)}, \\ u_2 &= \frac{H_0 \left(u_2^{(0)} + \Phi_3 \left(x_1 - x_1^{(B)} \right) - \Phi_1 \left(x_3 - x_3^{(B)} \right) \right)}{H_0 - F(x_1, x_2, x_3)}, \\ u_3 &= \frac{H_0 \left(u_3^{(0)} + \Phi_1 x_2 - \Phi_2 \left(x_1 - x_1^{(C)} \right) \right)}{H_0 - F(x_1, x_2, x_3)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $u_k^{(0)}$ - поступательные перемещения корня вдоль осей координат; Φ_k - углы поворота корня зуба относительно осей координат, $k = \overline{1, 3}$; $x_1^{(B)}, x_1^{(C)}, x_3^{(A)}$ и $x_3^{(B)}$ - координаты центров сопротивления корня. На поверхности корня зуба $F(x_1, x_2, x_3) = 0$ перемещения u_1, u_2 и u_3 совпадают с перемещениями абсолютно твердого тела. Отметим, что центрами сопротивления являются точки $A(0, 0, x_3^{(A)})$, $B(x_1^{(B)}, 0, x_3^{(B)})$ и $C(x_1^{(C)}, 0, 0)$, через которые проходят линии действия двух горизонтальных и одной вертикальной сил, под действием которых корень зуба получает только поступательные перемещения. Линия действия силы, проходящая через точку A параллельна координатной оси X_1 , проходящая через точку B параллельна оси X_2 и, проходящая через точку C параллельна оси X_3 . Центры сопротивления и полуоси эллипсов схематично обозначены на рис. 1.

Выпишем условия равновесия (равенство нулю главного вектора и главного момента сил, действующих на зуб) [2]:

$$\iint_F (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{P} = 0, \quad \iint_F \vec{r} \times (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{m} = 0, \quad (3)$$

где $\vec{m} = (m_1, m_2, m_3)$ – главный момент внешних сил; $\vec{P} = (P_1, P_2, P_3)$ – главный вектор внешних сил; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из соответствующего центра сопротивления; $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ – единичный вектор нормали к поверхности $F(x_1, x_2, x_3) = 0$; σ – тензор напряжений. Для изотропной среды компоненты тензора напряжений имеют вид [2]:

$$\sigma_{ij} = G \left(\partial_i u_j + \partial_j u_i + \frac{2\nu \delta_{ij}}{1-\nu} \sum_{k=1}^3 \partial_k u_k \right), \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (4)$$

G – модуль сдвига костной ткани, E – модуль упругости костной ткани, ν – коэффициент Пуассона костной ткани, $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$. $\partial_i = \partial / \partial x_i$, $i, j = \overline{1, 3}$. Компоненты единичного вектора нормали определяются следующим образом:

$$n_k = \frac{\partial_k F}{\Delta}, \quad \Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\partial_i F)^2}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (5)$$

Жесткости при поступательных перемещениях и поворотах. Подставим компоненты единичного вектора нормали (5) и тензора напряжений (4) в граничные условия (3) и выделим коэффициенты при поступательных перемещениях $u_k^{(0)}$ и углах поворота φ_k , $k = \overline{1, 3}$. После несложных преобразований получим следующую систему уравнений равновесия относительно трех компонент вектора поступательных перемещений и трех компонент вектора углов поворота:

$$\begin{aligned} & u_1^{(0)} c_1 + u_2^{(0)} c_{12} + u_3^{(0)} c_{13} + \left(s_{132} - s_{123} + x_3^{(B)} c_{12} \right) \varphi_1 + \\ & + \varphi_2 \left(s_{13} - x_3^{(A)} c_1 + s_{311} - x_1^{(C)} c_{13} \right) + \varphi_3 \left(x_1^{(B)} c_{12} - s_{211} - s_{12} \right) = P_1, \\ & u_1^{(0)} c_{12} + u_2^{(0)} c_2 + u_3^{(0)} c_{23} + \varphi_1 \left(x_3^{(B)} c_2 - s_{23} - s_{322} \right) + \\ & + \left(s_{321} - s_{123} - x_1^{(C)} c_{23} + x_3^{(A)} c_{12} \right) \varphi_2 + \varphi_3 \left(s_{122} + s_{21} - x_1^{(B)} c_2 \right) = P_2, \\ & u_1^{(0)} c_{13} + u_2^{(0)} c_{23} + u_3^{(0)} c_3 + \varphi_1 \left(s_{32} - x_3^{(B)} c_{23} + s_{233} \right) + \\ & + \varphi_2 \left(x_3^{(A)} c_{13} - s_{133} + x_1^{(C)} c_3 - s_{31} \right) + \left(s_{132} - s_{231} + x_1^{(B)} c_{23} \right) \varphi_3 = P_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} c_i &= GH \iint_F g_i \frac{dF}{\Delta}, \quad g_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^3 (\gamma \delta_{ik} + 1) \partial_k F - \partial_i F, \\ c_{ij} &= c_{ji} = GH (\gamma - 1) \iint_F \frac{1}{m} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} \frac{dF}{\Delta}, \quad s_{ij} = GH \iint_F x_j g_i \frac{dF}{\Delta}, \\ s_{ijk} &= GH (\gamma - 1) \iint_F \frac{x_k}{m} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} \frac{dF}{\Delta}, \quad s_{jii} = GH (\gamma - 1) \iint_F \frac{x_i}{m} \frac{\partial F}{\partial x_j} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{dF}{\Delta}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$m = (H - F(x_1, x_2, x_3))^2, \gamma = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}, i \neq j \neq k = \overline{1, 3}.$$

Интегрирование соотношений (6) выполним с учетом атрофии костной ткани в обобщенной цилиндрической системе координат

$$x_1 = a_k r \cos(\theta), x_2 = br \sin(\theta) \text{ и } x_3 = \frac{H(\sqrt{r^2 + p^2} - p)}{\sqrt{1 + p^2} - p}.$$

где $a_k = a_1$ при $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$, $a_k = a_2$ при $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$. После несложных преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned} u_1^{(0)} c_1 + \Phi_2 (s_{13} - x_3^{(A)} c_1 + s_{311} - x_1^{(C)} c_{13}) &= P_1, \\ u_2^{(0)} c_2 + \Phi_1 (x_3^{(B)} c_2 - s_{23} - s_{322}) + \Phi_3 (s_{122} + s_{21} - x_1^{(B)} c_2) &= P_2, \\ u_3^{(0)} c_3 + \Phi_2 (x_3^{(A)} c_{13} - s_{133} + x_1^{(C)} c_3 - s_{31}) &= P_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку сила, приложенная в центре сопротивления в соответствующем направлении, вызывает только поступательное перемещение корня зуба, коэффициенты при углах поворотов Φ_k , $k = \overline{1, 3}$ в уравнениях (8) приравняем к нулю. В результате будем иметь систему четырех уравнений для нахождения координат центров сопротивления $x_3^{(A)}$, $x_1^{(B)}$ и $x_3^{(B)}$, $x_1^{(C)}$. Решая систему, находим

$$\begin{aligned} x_3^{(A)} &= \frac{c_{13}(s_{133} + s_{31}) - c_3(s_{311} + s_{13})}{c_{13}^2 - c_1 c_3}, \\ x_1^{(B)} &= \frac{s_{122} + s_{21}}{c_2}, x_3^{(B)} = \frac{s_{322} + s_{23}}{c_2}, \\ x_1^{(C)} &= \frac{c_{13}(s_{311} + s_{13}) - c_1(s_{133} + s_{31})}{c_{13}^2 - c_1 c_3}. \end{aligned}$$

Отсюда после интегрирования соответствующих коэффициентов (7) получим следующие выражения для координат центров сопротивления:

$$x_1^{(B)} = \frac{8a_1 a_2 (a_1 - a_2) (3b^2 r_1 + \gamma H^2 (1 - 3p^2 + 3p^3 \arctan(1/p)))}{9\pi (b^2 H^2 + a_1 a_2 (\gamma H^2 + 2b^2 r_1) - H^2 p^2 r_2 (b^2 + \gamma a_1 a_2))}, \quad (9)$$

$$x_1^{(C)} = \frac{8a_1 a_2 (a_1 - a_2) (3\gamma b^2 r_1 + H^2 (1 - 3p^2 + 3p^3 \arctan(1/p)))}{9\pi (b^2 H^2 + a_1 a_2 (H^2 + 2\gamma b^2 r_1) - H^2 p^2 r_2 (b^2 + a_1 a_2))}, \quad (10)$$

$$x_3^{(A)} = H \left(H^2 (2 - 3p^2 - 12p^4) (a_1 a_2 + \gamma b^2) + 2a_1 a_2 b^2 (1 + \gamma + p^2 (2 - \gamma)) + \right. \\ \left. + p \sqrt{1 + p^2} \left(a_1 a_2 (3H^2 (1 - 4p^2) - 2b^2 (2 - \gamma)) + 3\gamma b^2 H^2 (1 - 4p^2) \right) + \right. \\ \left. + 3H^2 p^3 r_2 \left(p(3 + 4p^2) + (1 + 4p^2) \sqrt{1 + p^2} \right) (a_1 a_2 + \gamma b^2) \right) / \quad (11)$$

$$3 \left(a_1 a_2 (2b^2 + H^2 r_1) + H^2 r_1 r_2 (\gamma b^2 + p^2 (a_1 a_2 + \gamma b^2)) \right) \\ x_3^{(B)} = H \left(H^2 (2 - 3p^2 - 12p^4) (\gamma a_1 a_2 + b^2) + 2a_1 a_2 b^2 (1 + \gamma + p^2 (2 - \gamma)) + \right. \\ \left. + p \sqrt{1 + p^2} \left(a_1 a_2 (3\gamma H^2 (1 - 4p^2) - 2b^2 (2 - \gamma)) + 3b^2 H^2 (1 - 4p^2) \right) + \right. \\ \left. + 3H^2 p^3 r_2 \left(p(3 + 4p^2) + (1 + 4p^2) \sqrt{1 + p^2} \right) (\gamma a_1 a_2 + b^2) \right) / \quad (12) \\ \left(3 \left(a_1 a_2 (2b^2 + \gamma H^2 r_1) + H^2 r_1 r_2 (b^2 + p^2 (\gamma a_1 a_2 + b^2)) \right) \right),$$

$$\text{где } r_1 = \left(\sqrt{1 + p^2} - p \right)^2, r_2 = \ln(1/p^2 + 1).$$

Система (8), в случае если силы прикладываются в центрах сопротивления вдоль соответствующих осей координат, принимает вид:

$$u_k^{(0)} c_k = P_k, k = \overline{1, 3}.$$

Здесь коэффициент c_k является жесткостью костной ткани при поступательном перемещении корня зуба вдоль координатной оси Ox_k и численно равен силе, вызывающей перемещение корня, равное 1 м. Для нахождения жесткостей c_k выполним интегрирование соответствующих выражений (7). В результате будем иметь:

$$c_1 = \frac{(a_1 + a_2) G \pi \left(2a_1 a_2 b^2 r_1 + H^2 (a_1 a_2 + \gamma b^2) - H^2 p^2 r_2 (a_1 a_2 + \gamma b^2) \right)}{4bH_0 a_1 a_2 r_1}, \\ c_2 = \frac{(a_1 + a_2) G \pi \left(2a_1 a_2 b^2 r_1 + H^2 (\gamma a_1 a_2 + b^2) - H^2 p^2 r_2 (\gamma a_1 a_2 + b^2) \right)}{4a_1 a_2 b H_0 r_1}, \quad (13) \\ c_3 = \frac{(a_1 + a_2) G \pi \left((a_1 a_2 + b^2) H^2 + 2a_1 a_2 b^2 \gamma r_1 - H^2 p^2 r_2 (a_1 a_2 + b^2) \right)}{4a_1 a_2 b H_0 r_1}.$$

Проведем расчет жесткостей в соответствии с выражениями (13) на примере клыка ($a_1 = 2, a_2 = 5, b = 4, H_0 = 15.7$ мм, $p = 0.5$), резца ($a_1 = a_2 = 2.5, b = 3, H_0 = 12.7$ мм, $p = 0.3$) и премоляра ($a_1 = a_2 = 5, b = 3.5, H_0 = 14.3$ мм, $p = 0.4$) [3]. Упругие свойства костной ткани характеризуются константами $E = 16.1$ ГПа, $\nu = 0.25$ [4]. Результаты вычислений представлены в таблице 1.

Таблица 1. Жесткости костной ткани при поступательных перемещениях корня зуба

Жесткости	Клык	Резец	Премоляр
c_1 , ГН/м	1.28	0.81	1.28
c_2 , ГН/м	1.02	0.68	1.02
c_3 , ГН/м	0.62	0.40	0.62

В зависимости от величин полуосей a_k и b выполняются различные соотношения между жесткостями. В случае если $a_1 + a_2 > 2b$, имеем $c_2 > c_1$, что наблюдается для жесткостей костной ткани при поступательных перемещениях преомляра. При $2b > a_1 + a_2$ получаем $c_1 > c_2$ (результаты вычислений для клина). Жесткости c_1 и c_2 превышают жесткость c_3 независимо от значений полуосей эллипса.

Жесткости при поворотах. Для нахождения жесткостей костной ткани μ_i и μ_{ij} , $i \neq j = \overline{1, 3}$ при воротах корня зуба выделим коэффициенты при углах поворота Φ_i в уравнениях второй группы уравнений равновесия,

$$\begin{aligned} c_{\varphi 1} u_1^{(0)} + s_{\varphi 12} u_2^{(0)} + s_{\varphi 13} u_3^{(0)} + \mu_1 \Phi_1 + \mu_{12} \Phi_2 + \mu_{13} \Phi_3 &= m_1, \\ s_{\varphi 21} u_1^{(0)} + c_{\varphi 2} u_2^{(0)} + s_{\varphi 23} u_3^{(0)} + \mu_{12} \Phi_1 + \mu_2 \Phi_2 + \mu_{23} \Phi_3 &= m_2, \\ s_{\varphi 31} u_1^{(0)} + s_{\varphi 32} u_2^{(0)} + c_{\varphi 3} u_3^{(0)} + \mu_{13} \Phi_1 + \mu_{23} \Phi_2 + \mu_3 \Phi_3 &= m_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Коэффициенты системы (14) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} c_{\varphi 1} &= s_{123} - s_{132} - x_3^{(B)} c_{12}, \quad c_{\varphi 2} = s_{231} - x_1^{(C)} c_{23} - s_{123} + x_3^{(A)} c_{12}, \\ c_{\varphi 3} &= x_1^{(B)} c_{23} + s_{132} - s_{231}, \quad s_{\varphi 12} = x_3^{(B)} c_2 - s_{23} - s_{322}, \\ s_{\varphi 13} &= s_{32} + s_{233} - x_3^{(B)} c_{23}, \quad s_{\varphi 23} = x_1^{(C)} c_3 - s_{31} + x_3^{(A)} c_{13} - s_{133}, \\ s_{\varphi 21} &= s_{13} - x_3^{(A)} c_1 + s_{311} - x_1^{(C)} c_{13}, \quad s_{\varphi 31} = x_1^{(B)} c_{12} - s_{211} - s_{12}, \\ s_{\varphi 32} &= s_{21} - x_1^{(B)} c_2 + s_{122}. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mu_1 = GH \iint_F \left(g_2 \left(x_3 - x_3^{(B)} \right)^2 + g_3 x_2^2 + 2(1-\gamma) x_2 \left(x_3 - x_3^{(B)} \right) \frac{1}{m} \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\partial F}{\partial x_3} \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mu_2 &= GH \iint_F \left(g_1 \left(x_3 - x_3^{(A)} \right)^2 + g_3 \left(x_1 - x_1^{(C)} \right)^2 + \right. \\ &\left. + 2(1-\gamma) \frac{1}{m} \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_3} \left(x_1 - x_1^{(C)} \right) \left(x_3 - x_3^{(A)} \right) \right) \frac{dF}{\Delta}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mu_3 = \frac{G}{h_0} \iint_F \left(g_2 \left(x_1 - x_1^{(B)} \right)^2 + g_1 x_2^2 + 2(1-\gamma) x_2 \left(x_1 - x_1^{(B)} \right) \frac{1}{m} \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu_{12} = \mu_{21} &= -GH \iint_F \frac{1}{m} \left(\left(x_2 \left(x_1 - x_1^{(C)} \right) \left(\left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 + \gamma \left(\frac{\partial F}{\partial x_3} \right)^2 \right) - \right. \\ &\left. - (1-\gamma) \left(x_3 - x_3^{(A)} \right) \left(x_3 - x_3^{(B)} \right) \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\partial F}{\partial x_3} + \gamma \left(x_1 - x_1^{(C)} \right) x_2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 + \right. \\ &\left. + (1-\gamma) \frac{\partial F}{\partial x_3} \left(\left(x_1 - x_1^{(C)} \right) \left(x_3 - x_3^{(B)} \right) \frac{\partial F}{\partial x_2} + x_2 \left(x_3 - x_3^{(A)} \right) \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \right) \frac{dF}{\Delta}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mu_{13} = \mu_{31} = & -GH \iint_F \frac{1}{m} \left((x_1 - x_1^{(B)})(x_3 - x_3^{(B)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x_3} \right)^2 + \right. \\ & \left. + (1-\gamma)x_2 \frac{\partial F}{\partial x_3} \left((x_1 - x_1^{(B)}) \frac{\partial F}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) + \right. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\left. \left(x_3 - x_3^{(B)} \right) \left((x_1 - x_1^{(B)}) \left(\left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 + \gamma \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 \right) + (1-\gamma)x_2 \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \right) \frac{dF}{\Delta},$$

$$\begin{aligned} \mu_{23} = \mu_{32} = & -GH \iint_F \frac{1}{m} \left(x_2 (x_3 - x_3^{(A)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x_3} \right)^2 - \right. \\ & \left. - (1-\gamma)(x_1 - x_1^{(C)}) \frac{\partial F}{\partial x_3} \left((x_1 - x_1^{(B)}) \frac{\partial F}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) + \right. \end{aligned} \quad (21)$$

$$\left. + \left(x_3 - x_3^{(A)} \right) \left(x_2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 + (1-\gamma)(x_1 - x_1^{(B)}) \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_2} + \gamma x_2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 \right) \right) \frac{dF}{\Delta}.$$

Здесь величины μ_i и μ_{ij} являются жесткостями костной ткани при поворотах корня зуба, причем жесткость μ_i численно равна моменту сил, который необходимо приложить к зубу, чтобы повернуть его на угол $\varphi_i = 1$, а жесткости μ_{ij} численно равны моменту сил, который необходимо приложить к корню зуба относительно оси X_i , чтобы повернуть его относительно оси X_j на угол $\varphi_j = 1$.

Подставляя координаты центров сопротивления (9)–(12) в соотношения (15)–(21) и интегрируя полученные выражения в обобщенных цилиндрических координатах, получаем равенство нулю всех коэффициентов (15), а также выражения для жесткостей костной ткани при поворотах корня зуба (в силу громоздкости результаты интегрирования не приводятся). В таблице 2 приведены значения жесткостей μ_i и μ_{13} , $i = \overline{1, 3}$ для клыка, резца и премоляра (жесткости μ_{12} и μ_{23} равны нулю). При вычислениях принимаем прежние числовые данные для корней зубов.

Таблица 2. Жесткости костной ткани при поворотах корня зуба

Жесткости	Клык	Резец	Премоляр
μ_1 , кН·м	17.54	7.55	15.73
μ_2 , кН·м	20.99	8.65	13.02
μ_3 , кН·м	5.04	1.62	5.41
μ_{13} , кН·м	0.70	0	0

Как следует из таблицы 2, численно жесткости при поворотах существенно меньше жесткостей при поступательных перемещениях. В частности, максимальное значение жесткости костной ткани μ_2 для клыка составляет 20,99 кН·м. Это указывает на более высокую подвижность корня зуба при поворотах, чем при поступательных перемещениях даже при незначительных нагрузках в виде моментов сил. При профиле сечения корня зуба с одной осью симметрии все жесткости периодонта при поворотах отличаются между собой, тогда как при профиле корня с двумя осями симметрии жесткость μ_{13} оказывается равной нулю.

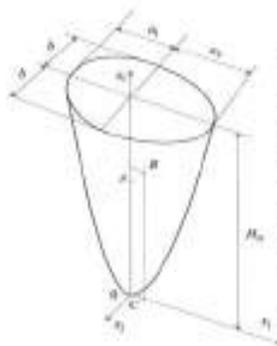


Рисунок 1. Центры сопротивления корня зуба.

Таким образом, представленный в настоящей работе подход к определению жесткостей периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба позволяет корректно провести расчет жесткостей при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба. Выражения для констант C_1 , μ_1 , μ_{13} и могут быть непосредственно использованы для расчета перемещений корня зуба и на-

пряжений в костной ткани, возникающих при действии на зуб сосредоточенной силы и момента сил.

Литература

1. Лурье, А. И. Теория упругости / А. И. Лурье. М.: Наука, 1970. 940 с.
2. Наумович, С. А. Биомеханика системы зуб – периодонт / С. А. Наумович, А. Е. Крушевский. Минск: Экономические технологии, 2000. 132 с.
3. Наумович, С. А. Антропометрические данные коронок и корней зубов и их значение в стоматологии / С. А. Наумович, Р. А. Батура, С. Н. Пархачевич // Стоматологический журнал. 2002. № 2. С. 21–22.
4. Гипотетическая модель биомеханического взаимодействия зубов и опорных тканей челюсти при различных значениях жевательной нагрузки / Е. Н. Чумаченко – и др. // Стоматология. 1999. № 5. Т. 78. С. 4 – 8.

Поступила 2.02.2011 г.

РЕПОЗИТОРИЙ БГУ