

Лемешевский С. В., Козленков А. А., Пашук А. П.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЛЕСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ФИКСАЦИИ

Белорусский государственный медицинский университет, г. Минск

В настоящее время информационные технологии все сильнее проникают в самые различные области медицины, в том числе в стоматологию. И речь идет не о банальном использовании компьютера как пишущей машинки. Компьютерные мощности активно используются на этапах диагностики (сканированные диагностические модели, цифровая рентгенография и фотография) и протезирования.

Для обоснования применения различных видов ортопедических конструкций широко используются методы математического моделирования. Суть их заключается в прогнозировании результатов врачебного вмешательства при расчетах напряженно-деформированных состояний органов зубочелюстной системы, протезов или коронок. В данной работе речь пойдет о телескопических коронках.

Метод конечных элементов [1, 4] — это численный метод, предназначенный также для решения дифференциальных уравнений в частных производных, возникающих при решении задач математической физики. Метод широко используется для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, а также для задач теплообмена, гидродинамики и электродинамики. Как следует из названия метода, суть его заключается в поиске решения на дискретизированной области — разбиении оригинальной области на множество подобластей (элементов). Для каждого элемента выбирается вид аппроксимирующей функции (в простейшем случае — полином 1-й степени). Эти функции равны нулю вне области своего элемента. Также соблюдаются условия согласования — равенство значений аппроксимирующих функций на границах элементов (в узлах). Эти условия согласования также позволяют определить коэффициенты аппроксимирующих функций на своих элементах. Составляется и решается система алгебраических уравнений. Так как каждая функция ограничена областью своего элемента, система обычно получается разреженной, что упрощает ее решение.

Цель работы: оценить силу удержания конуса для рассматриваемой физической модели коронки.

Сила удержания возникает при прижимании коронок друг к другу, внутренний конус входит как клин во внешний. При этом на поверхности конуса возникает значительная сила давления, которая направлена перпендикулярно поверхности — нормальная сила, которая также определяет величину силы трения. Чем сильнее составные части коронки будут прижаты друг к другу, тем большая сила удержания возникнет и тем надежнее коронка будет зафиксирована.

Объекты и методы. В численном эксперименте будем производить несколько вариантов расчётов: для разных углов и для разных нагрузок. Углы будем варьировать в пределах от 4° до 12° с шагом 2.

Среднестатистически человеческая челюсть при жевании создает нагрузку порядка 10^8 Па. Все варианты параметров численного эксперимента задаются в файле параметров problem.xml.

Генерировать область и производить вычисления будем для каждой пары (угол-нагрузка) конкретного значения параметров. Для генерации области и сетки будем использовать free-software пакет Gmsh. Для проведения вычислений будем использовать open-source инструмент FEniCS [3], который предназначен для решения методом конечных элементов задач, описываемых уравнениями в частных производных.

Результаты представлены в таблице. Для всех вариантов нагрузок и углов представлены максимальные значения возникшей силы удержания.

Максимальные значения силы удержания, Па · 10^8

Нагрузка, Па	4°	6°	8°	10°	12°
$1 \cdot 10^8$	7,1	6	4,1	3,2	3
$2 \cdot 10^8$	14,1	12,4	8,4	6,1	6
$4 \cdot 10^8$	28	24,2	17,2	12,2	10,9
$8 \cdot 10^8$	60,6	50,4	36,1	25,3	22,3

Как видно из представленных выше результатов, величина угла наклона образующей конуса обратно пропорциональна величине возникающей силы удержания. На практике, не рекомендуется использовать углы больше 6° для телескопических конусовидных коронок.

Заключение:

1. Для решения граничной задачи теории упругости в области сложной формы построен численный метод, основанный на методе конечных элементов

2. Проведено моделирование конструкции телескопических конусовидных коронок. Для моделирования была разработана программа на языке Python. Для реализации вычислений использовался пакет для научных вычислений FEniCS.

3. На основе моделирования проведена оценка влияния геометрических параметров коронки на силу удержания. В целом установлено, что для конусовидных коронок не стоит выбирать угол больше 6° , т. к. для больших углов сила удержания резко уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hughes Thomas, J. R. The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis / J. R. Hughes Thomas. Dover Publications, 2012. 704 p.

2. Сьярле, Ф. Математическая теория упругости / Ф. Сьярле ; пер. с англ. Г. А. Иосифьяна ; под ред. О. А. Олейник. Москва : Мир, 1992. 472 с.

3. *Logg, A.* Automated solution of differential equations by the finite element method. The FEniCS book / A. Logg, K.-A. Mardal, G. N. Wells. Berlin : Springer, 2011. 720 p.
4. *Марчук, Г. И.* Введение в проекционно-сеточные методы / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. Москва : Наука, 1981. 416 с.
5. *Ландау, Л.* Теория упругости / Л. Ландау, Е. Лифшиц. Москва : Наука, 1987. 248 с.