

С.М. Босяков, С.В. Иващенко

Анализ влияния атрофии костной ткани на жесткости периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корней зубов

Белорусский государственный университет

Белорусский государственный медицинский университет

В настоящей работе представлены результаты нахождения жесткостей корней зубов при поступательных перемещениях и поворотах, возникающих в упругом периодонте с учетом атрофии костной ткани.

Ключевые слова: перемещения корней зубов, костная ткань, атрофия.

РЕПОЗИТОРИЙ БГМУ

В стоматологической практике при изготовлении различных конструкций зубных протезов и ортодонтических аппаратов необходимо учитывать напряженно-деформированное состояние периодонта - тонкой упругой оболочки, расположенной между корнем зуба и костной тканью челюсти. Поскольку в периодонте расположены нервные окончания, при превышении предельно допустимых усилий, могут возникнуть болевые ощущения, благодаря сенсорной функции нервные импульсы передаются в центральную нервную систему, а отсюда на жевательную мускулатуру, что позволяет контролировать сократительную способность жевательных мышц. Однако при атрофии костной ткани сенсорная функция периодонта нарушается и жевательное давление может быть не адекватным состоянию опорного аппарата зуба, что в свою очередь может привести к подвижности и потере зуба. Поэтому, сведения о жесткости периодонта позволяют рационально дозировать нагрузку для оптимального ортодонтического лечения и протезирования. Это особенно важно в случаях, когда у пациента наблюдается атрофия костной ткани различной степени, которая приводит к увеличению подвижности зуба и снижению его функциональной ценности. Исследования влияния атрофии костной ткани на жесткость периодонта и напряжения, возникающие в периодонте, при поступательных перемещениях и поворотах корня выполнены в работах [1-3]. Ниже представлены результаты нахождения жесткостью периодонта при перемещениях и поворотах корня зуба в периодонте при атрофии костной ткани с учетом изменения высоты корня и полуосей эллипсов в сечении корня в соответствии с уравнением, описывающим поверхность корня зуба.

Перемещения корней зубов. Следуя [1] будем считать, что форма периодонта определяется двумя составными эллиптическими двуполостными гиперboloидами. Уравнения гиперboloидов представим в следующем виде:

$$H(x_1, x_2, x_3) = F(x_1, x_2, x_3) + h_0 = 0$$

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_3 - \frac{H}{\sqrt{1+p^2} - p} \left(\sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + p^2} - p \right) = 0, \quad (1)$$

где H - высота корня зуба; p - параметр, характеризующий закругление вершины корня зуба; $a_1 = a_1$ при $x \geq 0$ и $a_1 = a_2$ при $x < 0$, a_1, a_2, b - полуоси эллипса в сечении корня зуба плоскостью, проходящей по поверхности десны; h_0 - параметр, характеризующий толщину периодонта; $F_0(x_1, x_2, x_3)$ ограничивает поверхность периодонта со стороны костной ткани, $F(x_1, x_2, x_3)$ - ограничивает периодонт со стороны корня зуба.

Компоненты вектора перемещений u_1, u_2 и u_3 представим в следующем виде [4]:

$$u_1 = \frac{1}{h_0} \left(F(x_1, x_2, x_3) + h_0 \right) \left(u_1^{(1)} + \varphi_1 (x_1 - x_1^{(1)}) - \varphi_1 x_1 \right)$$

$$u_2 = \frac{1}{h_0} \left(F(x_1, x_2, x_3) + h_0 \right) \left(u_2^{(1)} + \varphi_2 (x_1 - x_1^{(1)}) - \varphi_2 (x_1 - x_1^{(1)}) \right)$$

$$u_3 = \frac{1}{h_0} \left(F(x_1, x_2, x_3) + h_0 \right) \left(u_3^{(1)} + \varphi_3 x_3 - \varphi_3 (x_1 - x_1^{(1)}) \right) \quad (2)$$

Здесь $u_i^{(1)}$ - поступательные перемещения корня вдоль осей координат; φ_i - углы поворота корня зуба относительно осей координат, $k = \overline{1,3}$; $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}$ и $x_3^{(2)}$ - координаты центров сопротивления корня. Отметим, что центрами сопротивления являются точки $A(0, 0, x_1^{(1)})$, $B(x_1^{(2)}, 0, x_1^{(1)})$ и $C(x_1^{(1)}, 0, 0)$, через которые проходят линии действия двух горизонтальных и одной вертикальной сил, под действием которых корень зуба получает только поступательные перемещения. Линия действия силы, проходящая через точку A параллельна координатной оси x_1 , проходящая через точку B параллельна оси x_2 и, проходящая через точку C параллельна оси x_3 . Центры сопротивления и полуоси эллипсов схематично обозначены на рис. 1.

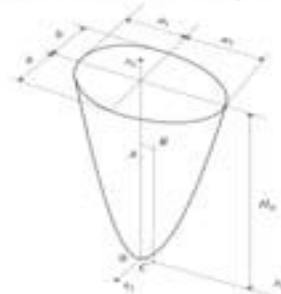


Рисунок 1. Центры сопротивления корня зуба.

В качестве граничных условий примем условия равенства нулю главного вектора и главного момента сил, действующих на зуб [5]:

$$\int_V (\rho \sigma) dV - \bar{P} = 0, \int_V \rho \times (\rho \sigma) dV - \bar{M} = 0, \quad (3)$$

где $\bar{M} = (M_1, M_2, M_3)$ - главный момент внешних сил; $\bar{P} = (P_1, P_2, P_3)$ - главный вектор внешних сил; ρ - радиус-вектор, проведенный из соответствующего центра сопротивления; $\bar{n} = (n_1, n_2, n_3)$ - единичный вектор нормали к поверхности $F(x_1, x_2, x_3) = 0$; σ - тензор напряжений. Для изотропной среды компоненты тензора напряжений имеют вид [5]:

$$\sigma_{ij} = 2G \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu s}{1-\nu} \sum_{k=1}^3 \epsilon_{kk} \right), \quad 2G = E/(1+\nu), \quad (4)$$

G - модуль сдвига, E - модуль упругости, ν - коэффициент Пуассона, $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$, $\epsilon_{ij} = (\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j) / 2$ - компоненты тензора деформаций, $i, j = \overline{1, 3}$. Компоненты единичного вектора нормали определяются следующим образом:

$$x_i = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad \Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (5)$$

Жесткости при поступательных перемещениях. Подставим компоненты единичного вектора нормали (5) и тензора напряжений (4) в граничные условия (3) и выделим коэффициенты при поступательных перемещениях $u_i^{(0)}$, $k = \overline{1, 3}$. После несложных преобразований получим следующие выражения для нахождения жесткостей периодонта при поступательных перемещениях вдоль координатных осей [4]:

$$c_i = \frac{G}{H_0} \iint_V \epsilon_{ij} \frac{\partial F}{\partial x_j} x_i = \sum_{k=1}^3 \left((\delta_{ik} + 1) \frac{\partial F}{\partial x_k} - \frac{\partial F}{\partial x_i} \right), \quad i = \overline{1, 3}. \quad (6)$$

Интегрирование соотношений (6) выполним с учетом атрофии костной ткани в обобщенной цилиндрической системе координат $x_1 = a r \cos(\theta)$, $x_2 = b r \sin(\theta)$, $x_3 = H(\sqrt{1+p^2} - p) / (\sqrt{1+p^2} - p)$, $k = \overline{1, 2}$. Здесь $H_0 = H/s$ - высота корня зуба в норме, s - параметр, характеризующий высоту костной ткани, связанной с периодонтом ($0 < s < 1$). Выражения для полуосей эллипса a_1 и θ на поверхности корня зуба при атрофии представим в следующем виде:

$$a_1 = a_{10} \sqrt{s \left(s + 2p(1-s)(\sqrt{1+p^2} - p) \right)}, \quad k = \overline{1, 2},$$

$$\theta = \theta_0 \sqrt{s \left(s + 2p(1-s)(\sqrt{1+p^2} - p) \right)}, \quad (7)$$

где a_{10} , θ_0 - полуоси эллипса, ограничивающего профиль сечения корня зуба в норме.

В результате будем иметь:

$$c_1 = \frac{(a_1 + a_2) \sin \left[\gamma b^2 H^2 + a_1 a_2 (H^2 + 2\gamma p^2) - H^2 p^2 \gamma (a_1 a_2 + \gamma b^2) \right]}{4 a_1 a_2 \delta H},$$

$$c_2 = \frac{(a_1 + a_2) \cos \left[b^2 H^2 + a_1 a_2 (\gamma H^2 + 2\gamma b^2) - H^2 p^2 \gamma (a_1 a_2 + \gamma b^2) \right]}{4 a_1 a_2 \delta H}, \quad (8)$$

$$c_3 = \frac{(a + a_2) G \gamma \left(b^2 H^2 + a_1 a_2 (H^2 + 2\gamma p^2) - H^2 p^2 \gamma (a_1 a_2 + \gamma b^2) \right)}{4 a a_2 \delta H}.$$

где $\gamma = (\sqrt{1+p^2} - p)^2$, $r_2 = \ln(1/p^2 + 1)$. Заметим, что при $s = 1$ выражения (8) определяют жесткости корня зуба в норме, при $s = 0$ жесткости равны нулю. Для промежуточных значений параметра s жесткости изменяются в соответствии с уравнением поверхности корня зуба (1).

Проведем расчет жесткостей на примере клыка ($a_{10} = 2$, $a_{20} = 5$, $\theta_0 = 4$, $H_0 = 15.7$ мм, $p = 0.5$) и премоляра ($a_{10} = a_{20} = 5$, $\theta_0 = 3.5$, $H_0 = 14.3$ мм, $p = 0.4$) [6]. Упругие свойства периодонта и его толщина характеризуются константами $G = 46545$ кН/м², $\nu = 0.15$ и $\delta_0 = 1.2$ мм [1, 7]. На рис. 2. представлены зависимости жесткостей при поступательных перемещениях корней этих зубов от параметра s , характеризующего атрофию костной ткани (значения жесткостей по оси ординат сформулированы в кН/м).

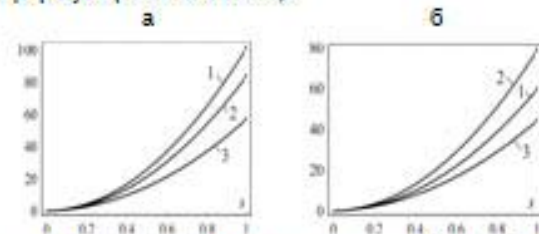


Рисунок 2. -Зависимости жесткостей периодонта при поступательных перемещениях корней клыка (а) и премоляра (б): 1 - c_1 ; 2 - c_2 ; 3 - c_3 .

Из рис. 2 (а) видно, что при различиях в значениях полуосей a_{10} и a_{20} жесткость c_1 превышает две другие жесткости. При равенстве полуосей a_{10} и a_{20} , как следует из рис. 2 (б), жесткость c_2 может превышать c_1 . В то же время такое расположение зависимостей наблюдается, если $\theta_0 > a_{10}$. Если же $\theta_0 < a_{10}$, например, для резца, геометрические размеры которого характеризуются постоянными $a_{10} = a_{20} = 2.5$, $\theta_0 = 3$, $H_0 = 12.7$ мм, $p = 0.3$, выполняется неравенство $c_1 > c_2$. При равенстве θ_0 и a_{10} жесткости c_1 и c_2 совпадают. Также отметим, что жесткость c_3 для клыка, премоляра и резца не превышает жесткостей c_1 и c_2 .

В качестве примера расчета жесткостей при поступательных перемещениях проведем численный расчет величин c_i для резца, клыка и премоляра при параметре атрофии костной ткани s , равном 1, 1/4, 1/2, и 3/4. Результаты вычислений приведены в таблице 1. Числовые данные прежние.

Таблица 1. Жесткости при поступательных перемещениях

Корень зуба	Параметр атрофии s	Жесткость при поступательных перемещениях, Н/м		
		c_1	c_2	c_3
Клык	1	102159.0	84535.5	57600.4
	1/4	57662.0	47748.9	32880.5
	1/2	25803.3	21397.5	15040.2

	3/4	6582.6	5481.2	4080.1
Премоляр	1	60276.4	79539.8	44697.1
	1/4	34088.3	44957.7	25668.1
	1/2	15342.9	20173.7	11875.5
	3/4	3980.1	5187.8	3319.5
Резец	1	52506.9	45295.7	30212.1
	1/4	29611.6	25555.3	17180.1
	1/2	13228.7	11425.9	7800.7
	3/4	3358.2	2907.5	2074.1

Из таблицы 1 видно: атрофия костной ткани существенно влияет на жесткость при поступательных перемещениях, в частности для клыка жесткости костной ткани в норме в четыре раза превышает жесткость костной ткани при атрофии 50%, и в 15,5 раз при атрофии 75%. Для корней других зубов наблюдаются те же соотношения. Это свидетельствует о том, что нагрузку, прикладываемую к корню зуба в норме для его перемещения при ортодонтическом лечении, можно существенно уменьшить для достижения того же эффекта.

Жесткости при поворотах. Для нахождения жесткостей периодонта μ_i и μ_j , $i, j = \overline{1, 3}$ при воротах корня зуба выделим коэффициенты при углах поворота φ_i в уравнениях второй группы граничных условий. После несложных преобразований будем иметь:

$$\mu = \frac{G}{k} \iint \left(g_1(x-x_1^{(i)}) + g_2 y + 2(1-\gamma) y (x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (9)$$

$$\mu_2 = \frac{G}{k_0} \iint \left(g_1(x_3-x_3^{(i)})^2 + g_2(x_1-x_1^{(i)})^2 + 2(1-\gamma) \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_3} (x_1-x_1^{(i)}) (x_3-x_3^{(i)}) \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (10)$$

$$\mu = \frac{G}{k} \iint \left(g_1(x-x_1^{(i)})^2 + g_2 y^2 + 2(1-\gamma) y (x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mu = \mu_1 = & -\frac{G}{k} \iint \left(y(x-x_1^{(i)}) \left(\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + y \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \right) - \right. \\ & \left. -(1-\gamma)(x-x_1^{(i)}) (x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + y(x-x_1^{(i)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ & \left. + (1-\gamma) \frac{\partial F}{\partial x} \left((x-x_1^{(i)}) (x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} + y(x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \right) \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu = \mu_1 = & -\frac{G}{k} \iint \left((x-x_1^{(i)}) (x-x_1^{(i)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ & \left. + (1-\gamma) y \frac{\partial F}{\partial x} \left((x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} - y \frac{\partial F}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + (x-x_1^{(i)}) \left((x-x_1^{(i)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + y \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \right) + (1-\gamma) y \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu = \mu_1 = & -\frac{G}{k} \iint \left(y(x-x_1^{(i)}) \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 - \right. \\ & \left. -(1-\gamma)(x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \left((x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} - y \frac{\partial F}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + (x-x_1^{(i)}) \left(y \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + (1-\gamma)(x-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + y \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \right) \right) \frac{dF}{\Delta}, \quad (14) \end{aligned}$$

Заметим, что жесткость μ_1 численно равна моменту сил, который необходимо приложить к зубу, чтобы повернуть его на угол $\varphi_1 = 1$. Жесткости μ_2 численно равны моменту сил, который необходимо приложить к корню зуба относительно оси x_3 , чтобы повернуть его относительно оси x_1 на угол $\varphi_2 = 1$.

Координаты центров сопротивления найдем, воспользовавшись подходом, описанном в работе [4], согласно которому в i -ом уравнении первой группы граничных условий следует приравнять нулю коэффициенты при углах поворота φ_i и φ_j , $i \neq j = \overline{1, 3}$. В результате получим:

$$\iint \left(g_1(x_1-x_1^{(i)}) + (1-\gamma)(x_1-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \frac{dF}{\Delta} = 0, \quad (15)$$

$$\iint \left(g_1(x_1-x_1^{(j)}) + (1-\gamma) y \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \frac{dF}{\Delta} = 0, \quad (16)$$

$$\iint \left(g_2(x_1-x_1^{(j)}) + (1-\gamma) y \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \frac{dF}{\Delta} = 0, \quad (17)$$

$$\iint \left(g_1(x_1-x_1^{(i)}) + (1-\gamma)(x_1-x_1^{(i)}) \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \frac{dF}{\Delta} = 0, \quad (18)$$

Коэффициенты при углах поворота φ_1 и φ_3 в первом и третьем уравнениях соответственно тождественно равны нулю. Также отметим, что соотношения (15)–(18) следуют из системы (6), полученной в работе [4], при $y_1 = y_3 = 0$.

В результате интегрирования уравнений (15)–(18) в обобщенных цилиндрических координатах с учетом атрофии костной ткани получим систему линейных уравнений относительно неизвестных координат центров сопротивления. После ее решения будем иметь

$$x_1^{(i)} = \frac{8a\alpha(a-a)(3\delta\gamma + \gamma H[1-3p^2 + 3p^2 \arctan(1/p)])}{9\pi\delta H + a\alpha[\gamma H + 2\delta\gamma] - H p \gamma[\delta + a\alpha]}, \quad (19)$$

$$x_1^{(j)} = \frac{8a\alpha[a-a](3\delta\gamma + H[1-3p^2 + 3p^2 \arctan(1/p)])}{9\pi\delta H + a\alpha[H + 2\delta\gamma] - H p \gamma[\delta + a\alpha]}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mu_1^0 = & H \left[H^2 (2-3\rho^2-12\rho^4) (\gamma a_{02} + \rho^2) + 2\gamma a_{02} \rho^2 (1+\gamma+\rho^2(2-\gamma)) + \right. \\ & + \sqrt{1+\rho^2} \left[a_{02} (3H^2(1+\rho^2)-2\rho^2(2-\gamma)) + 3\gamma H^2 \rho^2 (1+\rho^2) \right] + \\ & \left. + H^2 \rho^2 \gamma (1+3+\rho^2) + (1+\rho^2) \sqrt{1+\rho^2} (\gamma a_{02} + \rho^2) \right] / \\ & \left[a_{02} (2\rho^2 + H^2 \gamma) + H^2 \rho^2 (\rho^2 + \rho^2 (\gamma a_{02} + \rho^2)) \right] \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_2^0 = & H \left[H^2 (2-3\rho^2-12\rho^4) (\gamma a_{02} + \rho^2) + 2\gamma a_{02} \rho^2 (1+\gamma+\rho^2(2-\gamma)) + \right. \\ & + \sqrt{1+\rho^2} \left[a_{02} (3H^2(1+\rho^2)-2\rho^2(2-\gamma)) + 3\gamma H^2 \rho^2 (1+\rho^2) \right] + \\ & \left. + H^2 \rho^2 \gamma (1+3+\rho^2) + (1+\rho^2) \sqrt{1+\rho^2} (\gamma a_{02} + \rho^2) \right] / \\ & \left[3(a_{02} (2\rho^2 + H^2 \gamma) + H^2 \rho^2 (\rho^2 + \rho^2 (\gamma a_{02} + \rho^2))) \right] \quad (22) \end{aligned}$$

Подставляя координаты центров сопротивления (19) – (22) в соотношения (9)–(14) и интегрируя полученные выражения в обобщенных цилиндрических координатах, получим искомые жесткости периодонта при поворотах корня зуба (в силу громоздкости окончательные результаты не приводятся). На рис. 3 приведены зависимости жесткостей μ_1 и $\mu_{1,2}$, $i = \overline{1,3}$ от параметра δ , характеризующего атрофию костной ткани, для клыка и премоляра (жесткости $\mu_{1,2}$ и $\mu_{2,1}$ равны нулю). Числовые данные прежние; значения жесткостей по оси ординат указаны в Н·м.

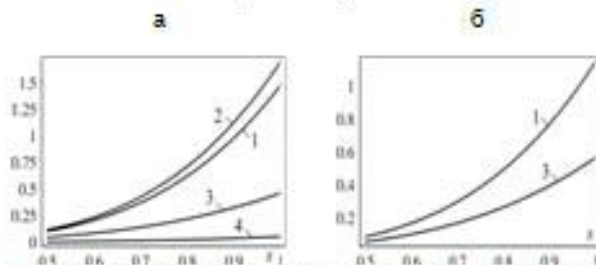


Рисунок 3. - Зависимости жесткостей периодонта при поворотах корня клыка (а) и премоляра (б):

1 – μ_1 ; 2 – μ_2 ; 3 – μ_3 ; 4 – μ_4 .

Как следует из рис. 3, жесткости при поворотах существенно меньше жесткостей при поступательных перемещениях. В частности, максимальное значение жесткости периодонта μ_1 для клыка составляет 1,1 Н·м. Это указывает на более высокую подвижность корня зуба при поворотах, чем при поступательных перемещениях даже при незначительных нагрузках в виде моментов сил. При атрофии костной ткани более 50% ($\delta < 1/2$) жесткости периодонта при поворотах практически равны нулю. При профиле сечения корня зуба с одной осью симметрии все жесткости периодонта при поворотах отличаются между собой (рис. 3 (а)), тогда как при профиле корня с двумя осями симметрии жесткость μ_1 оказывается равной нулю, жесткости μ_1 и μ_2 практически совпадают друг с другом.

Проведем численный расчет жесткостей при поворотах μ_1 и $\mu_{1,2}$, $i = \overline{1,3}$ для резца, премоляра и клыка при значениях параметра δ , равном 1, 1/4, 1/2 и 3/4. Результаты вычислений приведены в таблице 2. Числовые данные прежние.

Таблица 2. Жесткости при поворотах корней зубов

Корень зуба	Параметр атрофии δ	Жесткость при поступательных перемещениях, Н/м			
		μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
Клык	1	1.480	1.705	0.454	0.0540
	1/4	0.488	0.558	0.178	0.0194
	1/2	0.105	0.118	0.048	0.0047
	3/4	0.008	0.009	0.005	0.0005
Премоляр	δ	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
	1	1.162		0.451	
	1/4	0.582		0.170	
	1/2	0.081		0.045	
	3/4	0.005		0.005	

Как следует из таблицы 2, жесткости периодонта при вращении корней зубов убывают значительно быстрее при атрофии костной ткани, чем жесткости при поступательных перемещениях. В частности, для клыка жесткость μ_1 для зуба в норме в 14 раз превышает эту же жесткость при атрофии 50%, и в 185 раз при атрофии 75%. На основании этого можно сделать вывод о том, что при проведении ортодонтического лечения, связанного с поворотами корней зубов, следует многократно снижать нагрузку для достижения лечебного эффекта и снижения вероятности разрушения опорного аппарата и потери зуба.

Представленный в настоящей работе подход к определению жесткостей периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба позволяет корректно учитывать влияние атрофии костной ткани на их значения. В частности, при полном отсутствии костной ткани соответствующие формулы приводят к нулевым значениям для жесткостей. Выражения для констант c_1 , μ_1 и μ_2 могут быть непосредственно использованы для расчета напряжений, возникающих в периодонте при действии на зуб сосредоточенной силы и момента сил.

Литература

1. Наумович, С. А. Биомеханика системы зуб - периодонт / С. А. Наумович, А. Е. Крушевский. Минск: Экономические технологии, 2000. 132 с.
2. Наумович, С. А. Влияние атрофии костной ткани на изменения нормальных напряжений при поступательных движениях зуба / С. А. Наумович, А. Е. Крушевский // Современная стоматология. 1998. № 1. С. 18–20.
3. Наумович, С. А. Исследование влияния атрофии костной ткани на жесткость зуба при поступательном перемещении / С. А. Наумович, А. Е. Крушевский // Современная стоматология. 1998. № 1. С. 18–20.
4. Крушевский, А. Е. Основы биомеханики мостовидных протезов / А. Е. Крушевский, С. С. Наумович // Теоретическая и прикладная механика, 2006. Вып. 20, С. 134–139.
5. Лурье, А. И. Теория упругости / А. И. Лурье. М.: Наука, 1970. 940 с.
6. Наумович, С. А. Антропометрические данные коронок и корней зубов и их значение в стоматологии / С. А. Наумович, Р. А. Батура, С. Н. Пархамович // Стоматологический журнал. 2002. № 2. С.21–22.
7. Соскин, Г. Л. Бюгельные протезы / Г. Л. Соскин. Минск: Наука и техника, 1981. 344 с.

Репозиторий БГМУ